



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۷۷

فصل چهارم :  
معادلات و نامعادله ها

۱. معادله درجه دوم و روش حل آنها
- ۱.۱. سهمی
- ۱.۱.۱. تعیین علامت

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۷۸

درس اول معادله درجه دوم و روش حل آنها

• چی باد میگیری تو این درس :

❖ حل معادله درجه دوم به روش

- تجزیه
- ریشه گیری
- مربع کامل
- دلتا

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۷۹

❖ معادله درجه دوم:

معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  را یک معادله درجه دوم می‌گیریم.

❖ روش های حل معادله درجه دوم :

I. تجزیه : اگه تو تجزیه یک معادله داشته باشیم  $AB = 0$  آنگاه  $A=0$  یا  $B=0$

✓ فاکتور گیری :

معادلاتی به روش  $ax^2 + bx = 0$  را همیشه از این روش حل کرد. در این حالت جواب ها به صورت صفر و  $\frac{-b}{a}$  هستند.

✓ اتحاد: با استفاده از اتحاد مزدوج یا اتحاد جمله مشترک :

II. روش مربع کامل :

معادلاتی به صورت  $x^2 + bx + c = 0$  را همیشه با این روش حل کرد. کافیه نصف ضریب  $x$  را به توان ۲ رسانده و به

دو طرف معادله اضافه کنی. سپس دو طرف را مربع کامل کرده و از دو طرف جذر بگیر و جواب ها را پیدا کن.

III. حل معادله درجه دوم در حالت کلی :

ابتدا مقدار  $\Delta$  را از فرمول  $\Delta = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  یافته با توجه به مقدار آن ریشه ها را می یابیم.

- $\Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$
- $\Delta > 0 \Rightarrow$  ریشه ندارد

IV. روش ریشه گیری: در این روش معادله را به صورت  $x^2 = a$  نوشته و سپس جواب را از روابط  $\begin{cases} x = \sqrt{a} \\ x = -\sqrt{a} \end{cases}$  بدست می آوریم.

### نمربین

• معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید.

1.  $x^2 - 8x = 9$

2.  $x^2 - 7x = 0$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد

3.  $25x^2 + 5x = 0$

4.  $x^3 + x^2 = 56x$

5.  $\frac{-1}{2}x = \frac{8}{3}x^2$

6.  $8x^2 - 7x - 1 = 0$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۱

- معادلات زیر را به روش ریشه گیری (ریشه زوج) حل کنید .

7.  $(5x - 4)^2 - 9 = 0$

8.  $(2x - 1)^2 + 16 = 0$

9.  $x^2 - 4x = 21$

10.  $x^2 + 6x = -25$

- معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۲

11.  $5x^2 - 6x = 8$

12.  $3x^2 + 2x = 5$

13.  $x^2 + 5x = 1$

14.  $2x^2 - 5x - 3 = 0$

• معادلات زیر را به روش دلنا حل کنید .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۳

15.  $4x^2 + 4x = 7$

16.  $7x^2 - 5x + 2 = 0$



17.  $(x + 1)^3 - x^3 = 1$

• معادلات زیر را به روش دلخواه حل کنید .

18.  $14x^2 + 2x = 150$



شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۴

$$19. x + 2\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$20. x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$21. \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{5} = 0$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد





## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۵

۲۲. معادله  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$  را حل کنید .

---

۲۳. یکی از ریشه های معادله درجه دوم  $2x^2 + mx + 3m - 5 = 0$  برابر یک است . ریشه دیگر را بیابید .

---

۲۴. مقدار  $m$  را طوری بیابید که معادله  $x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$  دارای ریشه مضاعف باشد و سپس آن ریشه را بیابید .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالیات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۶

۲۵. حدود  $m$  را طوری بیابید که معادله درجه دوم  $mx^2 - (2m - 1)x + m - 2 = 0$  ریشه حقیقی نداشته باشد.

---

۲۶. از چه عدد مثبتی اگر معکوس آن کم شود حاصل برابر  $\frac{5}{6}$  می شود؟

۲۷. طول اضلاع مثلث قائم الزاویه ای به صورت  $2x + 2$  و  $2x + 1$  و  $2x$  است. محیط مثلث را بیابید.

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



استاد : استاد علی لطفی نژاد

مبحث : درسنامه تفصیلی ریاضی دهم فصل چهار

## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۷

۲۸. یک قالی در اتاقی به ابعاد ۶ متر در ۴ متر قرار دارد به طوری که فاصله آن تا هر طرف اتاق با هم برابر است. اگر نساخت قالی برابر ۸ متر مربع باشد فاصله قالی تا هر طرف اتاق را بیابید .

۲۹. به ازای کدام مقدار  $m$  ریشه های حقیقی معادله ی  $mx^2 + 3x + m^2 = 2$  معکوس یکدیگرند؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۰)

- -۲(۱)    -۱(۲)    ۱(۳)    ۲(۴)

۳۰. به ازای کدام مقدار  $m$  عدد  $\frac{1}{8}$  واسطه ی عددی بین دو ریشه حقیقی معادله ی  $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$  است ؟

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد

➤ ۳(۱) -۳(۲) ۴(۳) -۴(۴)



۳۱. ریشه های کدام معادله از معکوس ریشه های معادله  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  یک واحد کمتر است؟ (سراسری تجربی ۹۴)

- a)  $x^2 - 3x + 1 = 0$
- b)  $x^2 + 3x + 1 = 0$
- c)  $x^2 - 5x + 2 = 0$
- d)  $x^2 + 5x + 2 = 0$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۸۹

درس دوم : سهمی

❖ چی قراره یاد بگیری :

- معادله سهمی
- رسم نمودار سهمی

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۰

← بررسی نمودار تابع  $y = ax^2 + bx + c$

(a) بهش می گن سهمی قائم

(b) مختصات نقطه راس در این تابع به صورت زیر همیشه:

$$\diamond S \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} \\ y = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$$

(c) هر تابع درجه دوم دارای یک محور تقارن به صورت  $x = -\frac{b}{2a}$  و خطی که محور تقارن را روی خود منحنی قطع می کند خط  $y = -\frac{\Delta}{4a}$  است.

(d) هر تابع درجه دوم محور  $y$  را در نقطه  $(0, c)$  قطع می کند. محل برخورد تابع با محور افقی همون ریشه های تابع را نشون میده.

### ❖ روش رسم سهمی

اگر یک تابع درجه دوم در حالت کلی به صورت  $y = ax^2 + bx + c$  باشد ابتدا از رابطه  $x = -\frac{b}{2a}$  طول نقطه راس سهمی را

می یابیم و با جایگذاری آن در معادله عرض این نقطه نیز بدست می آید. سپس دو نقطه در دو طرف راس انتخاب کرده و راس را به

تمرین

آنها وصل می کنیم.

• نمودار سهمی های زیر را رسم کنید.

$$32. y = \frac{1}{2}x^2 - 3$$

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۱

$$33. y = 2x - 3 - x^2$$

---

$$34. y = 6x^2 - 6x + 24$$

---

۳۵. اگر  $x + 2y = 30$  باشد ماکزیمم مقدار  $xy$  را بیابید .

---

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۲

۳۶. یک طناب به طول ۸۸ متر در دسترس است. با این طناب می خواهیم زمینی مستطیل شکل که یک طرف آن به رودخانه است را حصار کنیم بیشترین مساحتی که محصور میشود را بیابید .

۳۷. بیشترین مساحت زمینی مستطیل شکل که یک طرف آن رودخانه است و با طناب می توان محصور کرد ۶۴۸ مترمربع است . طول طناب را بیابید .

۳۸. مقدار  $m$  را طوری بیابید که ماکزیمم سهمی  $y = mx^2 + 4x + 5$  برابر ۹ باشد .

---

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد





## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۳

۳۹. مستطیلی به ابعاد ۲۰ و ۶۰ مفروض است. اگر یک واحد به عرض آن اضافه کنیم دو واحد از طول آن کم می شود. در بین مستطیل هایی که به این صورت ساخته میشود بیشترین مساحت را بیابید.

۴۰. اگر خط  $x=2$  محور تقارن سهمی به معادله  $y = x^2 + mx + m$  باشد مختصات راس سهمی را بیابید.

۴۱. در صورتی که منحنی تابع  $y = 2x^2 + ax + a - \frac{3}{2}$  محور افقی را در دو طرف محور عرض ها قطع کند آنگاه حدود تغییرات  $a$  چگونه است؟

- a)  $a > 6$  یا  $a < 2$
- b)  $2 < a < 6$
- c)  $a < \frac{3}{2}$
- d)  $a > \frac{3}{2}$

۴۲. اگر  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد مقادیر  $a, b, c$  را طوری بیابید که این سهمی محور  $y$  را در نقطه ای به عرض ۳ و محور  $x$  را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه  $A(2,3)$  بگذرد.

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۴

۴۳. تابع  $y = ax^2 + x + b$  مفروض است. ضرایب  $a, b$  را چنان بیابید که منحنی از نقطه  $A(2, -2)$  بگذرد و محور  $y$  ها را در نقطه ای به عرض 3 قطع کند.

---

۴۴. در تابع  $y = ax^2 + bx - 2$  مقادیر  $a, b$  را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه  $A(-1, 2)$  بگذرد و محور  $x$  را در نقطه ای به طول 1 قطع کند.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۵

۴۵. اگر  $f(x) = x^2 + ax - 3b$  مقادیر  $a, b$  را طوری بیابید که این سهمی محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول ۳ قطع کند و از نقطه  $(1, -4)$  بگذرد.

---

۴۶. اگر  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد  $a, b, c$  را به گونه ای بیابید که این سهمی محور  $y$  را در نقطه ای به عرض ۴ و محور  $x$  را در نقطه ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه  $(1, 2)$  نیز بگذرد.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۶

### درس سوم : تعیین علامت

❖ هدف این درس چیه :

- یادگیری تعیین علامت چند جمله ای درجه اول
- یاد گیری تعیین علامت چند جمله ای درجه دوم
- حل نامعادله

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۷

دو جمله ای درجه اول  $y = ax + b$ : کافی است عبارت را مساوی صفر قرار داده، ریشه آن را بیابیم. سپس با استفاده از جدول زیر تعیین علامت را انجام می دهیم.

$x$	ریشه
$y$	مخالف علامت $a$

سه جمله ای درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$ : عبارت را مساوی صفر قرار داده، مقدار  $\Delta$  را می یابیم.  
 $\Delta = b^2 - 4ac$

سپس با توجه به مقدار  $\Delta$  یکی از حالت های زیر را خواهیم داشت :

(1) اگر  $\Delta > 0$  معادله دارای دو ریشه  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  است و جدول تعیین علامت به صورت زیر است :

$x$	ریشه کوچکتر	ریشه بزرگتر
$y$	مخالف علامت $a$	مخالف علامت $a$

(2) اگر  $\Delta = 0$  معادله دارای یک ریشه  $x = \frac{-b}{2a}$  است.

$x$	ریشه
$y$	مخالف علامت $a$

(3) اگر  $\Delta < 0$  باشد معادله ریشه ندارد.

$x$	مخالف علامت $a$
$y$	مخالف علامت $a$

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۸

اگر عبارتی دارای توان بود یا تو قدر مطلق بود به این صورت عمل کن .

- I. توان های فرد را اصلن نگاه نکن .
  - II. توان های زوج همیشه علامت را مثبت میکن .
  - III. قدر مطلق هم مثل توان زوج عمل کن .
- ❖ حل نامعادله : برای حل نامعادله کافی است که عبارت را تعیین علامت کنیم و سپس با توجه به جهت نامساوی ، جواب را انتخاب می کنیم

• ویژگی های زیر برای حل نامعادله به دردت می خوره

- I.  $a < b, b < c \Rightarrow a < c$
- II.  $a < b \Rightarrow a + c < b + c$
- III.  $a > 0, b > 0 \Rightarrow ab > 0$
- IV.  $a < b \xrightarrow{c>0} ac < bc$
- V.  $a < b, c < d \Rightarrow a + c < b + d$
- VI.  $a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$
- VII.  $a > 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$
- VIII.  $a < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$

❖ حل نامعادلات قدر مطلق

• ویژگی های زیر به دردت می خوره

- I.  $|a| > 0$
- II.  $|a| = |-a|$
- III.  $\sqrt{a^2} = |a|$
- IV.  $|a||b| = |ab|$
- V.  $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
- VI.  $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
- VII.  $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۹۹

VIII.  $|x| > a \Leftrightarrow x > a \vee x < -a$

IX.  $|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a$

X.  $|a + b| \leq |a| + |b|$

47.  $y = 2x^2 - x - 3$

تمرین

• عبارات زیر را را تعیین علامت کنید .

48.  $y = (x^2 - 9)(3x - 1)$

---

49.  $y = \frac{x^2-1}{(x^2+x+1)(x-3)}$

---

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد

$$50. y = \frac{-x^2+6x-9}{x^2+x+3}$$

---

$$51. y = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$52. \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)} \geq 0$$

• نامعادله های زیر را حل کنید .

$$53. -1 < \frac{x+1}{1-x} \leq 2$$

---

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد





## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد (۱۰۱)

$$54. \frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2$$

---

$$55. \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} > \frac{2x+4}{x-2}$$

$$56. \frac{-1}{2}x^2 + 2x + 6 > \frac{7}{2}$$

---

• حدود  $x$  را چنان بیابید که عبارات زیر با معنی باشد .

$$57. A = \sqrt{-7x^2 - 3x + 4}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالیات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۱۰۲

---

$$58. B = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$$

---

$$59. \frac{x^2 - mx + 1}{x^2 + x + 1} > -1$$

$$60. |x^3 - 9x| = 0$$

• حدود  $m$  را طوری بیابید که نامساوی زیر همواره برقرار باشد .

• معادلات و نامعادلات زیر را حل کنید .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۱۰۳

61.  $|3x - 5| = 4$

---

62.  $|1 - x| \geq 2$

---

63.  $|2x - 1| < 1$

64.  $|2x - 1| < x$

---

65.  $|x| + x = 2$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



## Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد ۱۰۴

---

66.  $|x^2 - 1| < 1$

67.  $|x - 1| + |x + 1| = 2$

---

68.  $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد